

1. Describa cómo elegir los polos de los observadores de orden completo con el fin de no desmejorar los márgenes de estabilidad de acuerdo a las consideraciones de diseño propuestas por Doyle y Stein.
2. Explique la diferencia entre los llamados observadores por predicción y los denominados observadores actualizados. Si usted considera necesario, utilice las fórmulas que crea más convenientes para ilustrar su explicación.
3. En el diseño de sistemas “seguidores” dónde se utiliza un compensador que incluye la dinámica adicional (tanto para el seguimiento de entradas específicas como para el rechazo de perturbaciones a la planta), comente las ventajas y desventajas más notorias que tiene este diseño en cuanto a robustez y rechazo de perturbaciones.
4. El modelo discreto en variables de estado de un sistema está dado por:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$$

donde la salida  $y(k)$  es la única variable medida. Se desea implementar un control por realimentación estática de estados para estabilizarlo con ganancias  $L = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 2 \end{bmatrix}$ .

- (a) Obtenga los polos del sistema sin controlar y aplicando el controlador.
  - (b) Verifique que el sistema de lazo abierto es controlable y observable. Calcule la ubicación de los ceros en caso que tenga que hacer alguna consideración para el diseño de observadores más adelante.
  - (c) Diseñe un observador predictor de estados de orden completo. Discuta la elección de polos del observador.
  - (d) Diseñe un observador de estados de orden reducido y escriba las ecuaciones resultantes del sistema observador. ¿Es posible diseñar un observador no-actualizado? Justifique su respuesta.
5. Considere el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -4x_2 - \mu x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ \dot{x}_2 = x_1 - \mu x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{cases}$$

- (a) Justifique si es posible determinar la estabilidad del punto de equilibrio en el origen mediante linealización.
- (b) Considere la función candidata  $V(x_1, x_2) = ax_1^2 + bx_2^2$  y determine los valores de las constantes  $a$  y  $b$  que permiten sacar conclusiones sobre la estabilidad según Lyapunov del sistema respecto del punto de equilibrio en el origen, para  $\mu > 0$  y para  $\mu < 0$ . Justifique su respuesta.
- (c) ¿Puede asegurar si los resultados obtenidos en cada caso resultan globales?

*Ejercicio Adicional (No es obligatorio resolverlo, se utilizará para la nota de concepto)*

6. Para el siguiente sistema de variables de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \end{bmatrix} u(k), \quad y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

muestre que para una realimentación de estados  $u(t) = -[\ell_1 \quad \ell_2] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$  el sistema puede llevarse a una forma equivalente a la de un controlador Proporcional más Derivativo (PD) con una cierta entrada de referencia  $r$ .